**Bernardo Aceituno Cabezas**

**12-10764**

**Problema de la semana – Semana 4**

1. Halle la transformada de Fourier del pulso triangular:

$$x(t) = r(t+1) - 2r(t) + r(t-1)$$

Tenemos que la transformada de Fourier de x(t) se define como:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt$$

Para el pulso triangular dado, la transformada será:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r(t+1) - 2r(t) + r(t-1)\, e^{-j\omega t} dt$$

Es decir:

$$X(\omega) = \int_{-2}^{0} (t+1) e^{-j\omega t} dt + \int_{0}^{2} (1-t)\, e^{-j\omega t} dt$$

Si integramos

$$X(\omega) = \left[\frac{(t+1)e^{-j\omega t}}{-j\omega} + \frac{e^{-j\omega t}}{\omega^2}\right]\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} + \left[\frac{(1-t)e^{-j\omega t}}{-j\omega} - \frac{e^{-j\omega t}}{\omega^2}\right]\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix}$$

$$X(\omega) = \left[-\frac{1}{j\omega} + \frac{1}{\omega^2} - \frac{e^{j\omega}}{\omega^2}\right] + \left[-\frac{e^{-j\omega}}{\omega^2} + \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{\omega^2}\right]$$

$$= \left[\frac{2}{\omega^2} - \frac{e^{j\omega}}{\omega^2} - \frac{e^{-j\omega}}{\omega^2}\right] = \frac{2 - 2\cos(\omega)}{\omega^2}$$

$$= \boxed{\frac{4\sin^2\left(\frac{\omega}{2}\right)}{\omega^2}}$$

gráficamente